

# Η ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΟΥ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ ΚΑΡΑΘΕΟΔΩΡΗ ΣΤΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ

του Κωνσταντίνου Ν. Θώδη, συγγραφέα - σύγχρονου ιστορικού ερευνητή

## Εισαγωγή

Διεθνώς, ο Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή ανήκει στην πρώτη γραμμή των μαθηματικών του πρώτου μισού του 20ού αιώνα. Αναμφισβήτητα είναι ο μεγαλύτερος Έλληνας μαθηματικός των νεότερων χρόνων. Υπήρξε σπάνια μορφή στην ιστορία της επιστήμης. Ο χαρακτήρας του σεμνός, ευγενικός, μετριοφρων, πράος και πατριωτικός. Ήταν λάτρης των ελληνοχριστιανικών ιδεών και ιδανικών. Η συγκρότηση ενός τέτοιου αδαμάντινου χαρακτήρα σε συνδυασμό με μια υγιώς αναπτυσσόμενη φιλοδοξία που είχε τα θεμέλιά της στο ταλέντο του και τον ευφυή νου του δεν μπορούσε παρά να προδιαγράψει λαμπρή πορεία, άστρο φωτεινό που μας φωτίζει μέχρι σήμερα με φως ελληνικό και οικουμενικό και μας κάνει υπερήφανους. Γενάρχη της οικογένειας είναι ο Φαναριώτης Αλέξανδρος Καραθεοδωρή ( 1789 1867 ), γιατρός, λόγιος και μαθηματικός, ιδρυτής της αυτοκρατορικής ιατρικής σχολής της Κωνσταντινούπολης, στην οποία δίδαξε ως καθηγητής επί 40 χρόνια. Υπήρξε προσωπικός γιατρός του σουλτάνου και σύμβουλος του υπουργείου εκπαίδευσης όπου εισήγαγε και επέβαλε στην τουρκική γλώσσα πολλούς επιστημονικούς όρους με ελληνική ρίζα.

Άλλωστε μιλούσε και έγραφε 17 γλώσσες. Γενικά οι Καραθεοδωρή καταλάμβαναν ανώτατα αξιώματα στην Οθωμανική Αυτοκρατορία ως υπουργοί, πρεσβευτές, ηγεμόνες νήσων και διπλωματικοί υπάλληλοι. Ο Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή, γιος του Στέφανου Καραθεοδωρή γεννήθηκε στο Βερολίνο στις 13 Σεπτεμβρίου 1873. Ο πατέρας του ήταν το διάστημα εκείνο πρέσβης της Τουρκίας στις Βρυξέλλες. Το 1896 με δικές του δαπάνες ανακαινίζεται το ιερό καλύπτεται ο τρούλος και εμπλουτίζεται το εικονοστάσι του Ιερού Ναού του Αγ. Νικολάου των Βρυξελλών. Σε αυτή την εκκλησία που κτίστηκε το 1862 με δαπάνη του Ρώσου ηγεμόνα Νικολάι Αλεξέγιεβιτς Ορλώφ, ήταν πρωτοιερέας ο Έλληνας π. Αλέξανδρος Σμυρνόπουλος με απόφαση της Ιεράς Συνόδου της Εκκλησίας της Ρωσίας (18-10-1905).

Ο Αλέξανδρος Σμυρνόπουλος (1859 - 1922) γεννήθηκε στην Οδησό από Έλληνες γονείς. Σε ηλικία 4 ετών ο Κωνσταντίνος χάνει τη μητέρα του και την επιμέλεια αναλαμβάνει η γιαγιά του Ευθαλία Πετροκοκκίνου. Σπουδάζει 2 χρόνια στο ιδιωτικό σχολείο Van der Stock, ενώ 2 φορές κερδίζει το πρώτο βραβείο σε μαθητικούς διαγωνισμούς μαθηματικών, αφού μόνο αυτός κατάφερε να λύσει το πρόβλημα. Το 1891 γράφεται στη Στρατιωτική Σχολή Μηχανικών απ' όπου αποφοιτεί με το βαθμό του ανθυπολοχαγού - μηχανικού.

Γρήγορα εγκαταλείπει το Βέλγιο, όταν ο θείος του Αλέξανδρος, που ήταν γενικός διοικητής της Κρήτης, τον προσκαλεί στα Χανιά.

Εκεί γνωρίζει τον Ελευθέριο Βενιζέλο, που από τότε τον συνδέει ισχυρή φιλία μαζί του. Φεύγει όμως για την Αίγυπτο, όπου μελετά μαθηματικά συγγράμματα, ενώ έκανε μετρήσεις στην κεντρική είσοδο της Πυραμίδας του Χέοπα, τις οποίες και δημοσίευσε. Σε ηλικία 27 ετών αποφασίζει να επιστρέψει στη Γερμανία.

Γράφεται στο Πανεπιστήμιο του Βερολίνου στο Μαθηματικό Τμήμα. Εκεί παρακολουθεί μαθήματα από μεγάλους μαθηματικούς όπως ο

Herman Schwarz, ο Georg Frobenius, ο Erhard Schmidt, και ο Lazarus Fuchs.

Το 1902 σπουδάζει στο Πανεπιστήμιο του Göttingen κοντά στους Felix Klein και David Hilbert. Εκεί θα αποφοιτήσει κάνοντας τη επιστημονική του διατριβή με άριστα. Το 1905 αναγορεύεται υφηγητής στο Göttingen, ενώ ήταν ακόμη στο ένατο εξάμηνο σπουδών.

Το 1908 παντρεύεται την 24χρονη Ευφροσύνη και αποκτά 2 παιδιά, το Στέφανο και τη Δέσποινα.

Μιλούσε, λόγω των μετακινήσεων του πατέρα του, 4 γλώσσες: ελληνικά, τουρκικά, γαλλικά και γερμανικά.

Η μεγάλη εμβέλειά του ως μαθηματικού τον φέρνει σε επαφή με άλλους μεγάλους μαθηματικούς, όπως τον Max Plank, τον Albert Einstein κ.ά.

Ο Καραθεοδωρή με τον Einstein γνωρίστηκαν το 1915. Διατήρησαν μια επιστημονική σχέση στηριγμένη στο σεβασμό και την αλληλοεκτίμηση. Τότε άρχισε το ενδιαφέρον του Καραθεοδωρή για τη Θεωρία της Σχετικότητας.

Το 1920 με πρόσκληση του Ελευθέριου Βενιζέλου αναλαμβάνει να οργανώσει το Ιώνιο Πανεπιστήμιο στη Σμύρνη, το "Φως της Ανατολής" όπως ο ίδιος το αποκαλούσε.

Το 1922 όταν οι Τσέτες εισέβαλαν στη Σμύρνη, καταφέρνει να διασώσει τη βιβλιοθήκη και πολλά εργαστηριακά όργανα και με κίνδυνο της ζωής του να τα μεταφέρει στο Πανεπιστήμιο Αθηνών, όπου φυλάσσονται μέχρι σήμερα. Το 1922 διορίζεται καθηγητής στο Πανεπιστήμιο Αθηνών και το 1923 καθηγητής στο ΕΜΠ.

Το 1928 ανταποκρινόμενος στην πρόσκληση του Πανεπιστημίου Harvard και της Αμερικανικής Μαθηματικής Εταιρείας, επισκέπτεται τις ΗΠΑ μαζί με τη γυναίκα του, όπου για ένα χρόνο δίνει διαλέξεις σε πολλά πανεπιστήμια. Στο Harvard της Μασσαχουσέτης δίδαξε για 1 ολόκληρο έτος και 1 2μηνο στο Πανεπιστήμιο της California. Επίσης έδωσε μια σειρά διαλέξεων σε 20 Πανεπιστήμια, όπως το Cambridge, το Berkley, το San Fransisco, το Los Angeles, το Washington, το New Orleane, το Wisconsin, το New York κ.ά.

Κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας του επικρατούσε δέος και "νεκρική" σιγή. Στο διεθνές Μαθηματικό Συνέδριο της Νέας Υόρκης του δόθηκε η τιμητική προεδρεία.

Το 1945, 3 πανεπιστήμια των ΗΠΑ, μεταξύ αυτών και το Harvard του προσφέρουν θέση, αλλά ήταν ήδη 72 ετών και η ζωή του είχε δυσκολέψει μετά το θάνατο της γυναίκας του και τις πολιτικές συνθήκες μετά τη συνθηκολόγηση της Γερμανίας.

Ο Καραθεοδωρή άρχισε να γράφει επιστημονικές εργασίες από τότε που εργαζόταν ως μηχανικός στην Αίγυπτο. Οι περισσότερες έρευνές του είναι δημοσιευμένες στα γερμανικά. Μέσα από αυτές φαίνεται ένα τεράστιο

υπόβαθρο και ταυτόχρονα πολύπλευρο και σημαντικό έργο που τον κατατάσσει μεταξύ των μεγαλύτερων μαθηματικών όλων των εποχών.

Ασχολήθηκε στα μαθηματικά με τον λογισμό των μεταβολών - Είναι ο τομέας που κυριαρχεί.

Γι αυτούς τους λογισμούς ο Einstein υποκλίνεται στον Καραθεοδωρή και τον αποκαλεί δάσκαλο, αφού μέσω αυτών κατορθώνει να διατυπώσει την ειδική θεωρία της σχετικότητας,

με τη θεωρία των πραγματικών και μιγαδικών συναρτήσεων, με τις διαφορικές εξισώσεις, τη θεωρία των συνόλων, τις σύμμορφες απεικονίσεις, τη διαφορική γεωμετρία κ.λ.π.

Με τη συμβολή του στο λογισμό των μεταβολών βοήθησε στην ανάπτυξη της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας προκαλώντας το θαυμασμό του Albert Einstein.

Η συμβολή του στη θεωρητική φυσική ήταν ουσιαστική. Ειδικά στους τομείς της θερμοδυναμικής - εντροπία -, της γεωμετρικής οπτικής και της μηχανικής.

Το 1909 δημοσιεύει την εργασία "Έρευνα στις βάσεις της θερμοδυναμικής" στο περιοδικό **Mathematische Annalen**.

Στην εργασία αυτή περιέχεται η περίφημη αρχή

Καραθεοδωρή: Σε κάθε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας ενός συστήματος υπάρχουν μερικές απείρως γενικές καταστάσεις ισορροπίας

στις οποίες δεν μπορούμε να φτάσουμε με αδιαβατικές μεταβολές.

Ο Καραθεοδωρή κατάφερε να φτάσει στον ορισμό της εντροπίας χωρίς καμιά αναφορά σε θερμοδυναμικούς κύκλους όπως ο κύκλος του Carnot κ.λ.π.

Η **Εικασία Καραθεοδωρή** διατυπώθηκε τη δεκαετία του 1920 και αποτελεί ένα από τα τελευταία ανοιχτά ζητήματα στην κλασική διαφορική γεωμετρία, δηλαδή τη γεωμετρία των επιφανειών του τρισδιάστατου ευκλείδειου χώρου  $R^3$ .

Σύμφωνα με την εικασία αυτή: " Σε κάθε κλειστή κυρτή ομαλή επιφάνεια του τρισδιάστατου ευκλείδειου χώρου  $R^3$ , υπάρχουν τουλάχιστον 2 ομφαλικά σημεία".

Παρ' όλο που η εικασία αυτή διατυπώθηκε πριν από 80 χρόνια, μόλις το 2000 ο Ρώσος μαθηματικός Egoon απέδειξε την εικασία Καραθεοδωρή.

### Η επιστημονική εργασία του Κωνσταντίνου Καραθεοδωρή

1. Διατριβή με θέμα " Για τις ασυνεχείς λύσεις του λογισμού των μεταβολών " Το 1904 παραδίδει τη διατριβή στον καθηγητή Hermann Minkowski, θεμελιωτή της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας.
2. Υφηγεσία με θέμα "Ισχυρά μέγιστα και ελάχιστα των απλών ολοκληρωμάτων " (1905).
3. Απόδειξη του θεωρήματος A. Poincare (1919).
4. Ενασχόληση με τα μαθηματικά των πλατωνικών διαλόγων.
5. Παρουσίαση στην Πρωσική Ακαδημία Επιστημών της αξιωματικής της Θεωρίας της Σχετικότητας (1924).
6. Μαθηματική Ανάλυση της Γεωμετρίας.
7. Μαθηματική απεικόνιση στη Θερμοδυναμική.
8. Μελέτη της Γεωμετρικής Οπτικής που οδηγεί σε αξιόλογες εφαρμογές. Το σύστημα τηλεσκοπίων του Palomar (USA) βασίζεται στη θεωρία Καραθεοδωρή.
9. Παρουσίαση του θεωρήματός του. Θεώρημα Καραθεοδωρή.

Ο Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή στο βιβλίο του

«**Zur Axiomatik der Speziellen Relativitats Theorie**» γράφει :

«Ο Einstein διατύπωσε την αξιωματική της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας χρησιμοποιώντας κάποια πειράματα με ωρολόγια του φωτός\* και κλίμακες.

\* Στη θέση των δεικτών χρησιμοποιούνται φωτόνια που μετακινούνται ανάμεσα σε δύο (2) κάτοπτρα που βρίσκονται σε απόσταση 15 εκ. το ένα από το άλλο.

1. Εμείς αποδεικνύουμε ότι αυτή η αξιωματική μπορεί με μια καταπληκτική μορφή να απλουστευθεί, εάν όλη η θεωρία οικοδομηθεί μόνο σε παρατηρήσεις χρόνου. Επιτυγχάνοντας να τεθεί το αξίωμα για κανονικές συνθήκες διάδοσης του φωτός, χωρίς να χρησιμοποιηθούν μετρήσιμα μήκη και χωρίς την εισαγωγή προηγουμένως της έννοιας της ταχύτητας. Για τη θεωρία μας, η οποία αυτή καθ' αυτή δίνει το φυσικό μέτρο για τα μήκη και τις γωνίες, χρειάζονται απλές έννοιες συνδεδεμένες με το χρόνο. Έννοιες συγκεκριμένων λέξεων όπως, «νωρίτερα», «αργότερα» και «ταυτόχρονα».
2. Αν παρατηρήσουμε αυτούς τους ίδιους κοινούς μετασχηματισμούς, οι οποίοι μεταφέρονται στο χώρο σε κανονικές συνθήκες μετάδοσης του φωτός στον ίδιο χώρο, με κάθε τρόπο κινούμενοι στα όρια του πρώτου επιτυγχάνουμε πλέον τη φυσική μορφή του θεμελιώδους αποτελέσματος του Minkowsky. Συγκεκριμένα, αυτοί οι μετασχηματισμοί μπορούν να παρουσιασθούν ως απεικόνιση του τετραδιάστατου – 4D – συνεχούς.»\*\*

\*\* Ο χώρος που ζούμε είναι γεωμετρικά τρισδιάστατος – 3D. Η συντεταγμένη του χρόνου είναι άλλη μια διάσταση. Δηλαδή, αυτό σημαίνει ότι ο δικός μας χώρος – χρόνος μακροσκοπικά είναι τετραδιάστατος – 4D. Ποια όμως είναι η διάσταση του χωρο – χρόνου στο μικρόκοσμο ; Η ακριβής απάντηση στο ερώτημα αυτό είναι αρνητική, επειδή η δομή του χωρο – χρόνου στο μικρόκοσμο δεν είναι άμεσα παρατηρήσιμη.

Αυτό το ερώτημα απασχολεί τους φυσικούς ήδη από τον 20ό αι. και είναι ένα ανοιχτό ερώτημα.

Ο **V.G. Zhotikov**, καθηγητής ερευνητής του Κρατικού Πανεπιστημίου Φυσικής και Τεχνολογίας της Μόσχας, στο άρθρο του «Νέες συμμετρίες χώρου – χρόνου και μη γραμμικότητα στη φύση» γράφει : Είναι αποδεκτό, ότι στις τελευταίες παρουσιάσεις, ως ομάδα σχετικών σταθερών, πρέπει να παρουσιάζεται η ομάδα μετασχηματισμών Lorentz – Caratheodory και όχι η ομάδα μετασχηματισμών Lorentz (ομοιογενής ομάδα Poincare). Η ομάδα μετασχηματισμών Lorentz-Caratheodory περιέχει στη σύνθεσή της δύο (2) υπο-ομάδες : Την ομάδα Lorentz και την ομάδα Caratheodory. Η παρουσία στη θεωρία της ομάδας μετασχηματισμών Caratheodory εξασφαλίζει την εισαγωγή στη θεωρία, των αμετάβλητων μεγεθών : τα θεμελιώδη μήκη. Επιπλέον, επιλύει το πρόβλημα των αποκλίσεων της κβαντικής θεωρίας του χώρου. Έχει αποδειχθεί, ότι οι μετασχηματισμοί αυτοί αποτελούν το παράδειγμα μη – γραμμικών μετασχηματισμών και προσφέρουν απλές εξηγήσεις για πολλά από τα μη γραμμικά φαινόμενα στη φύση. Συνεπώς, όλες οι θεμελιώδεις εξισώσεις της φυσικής, σχετικά με τις σταθερές τους πρέπει να εξετάζονται από την ομάδα μετασχηματισμών Caratheodory...

Οι νόμοι της φύσης είναι οι σχέσεις μεταξύ των σταθερών. Έτσι, αυτοί δεν χρειάζεται να εξαρτώνται από τους μετασχηματισμούς συμμετρίας. Οι υποθέσεις συμμετρίας τις οποίες έχει ένα σύστημα είναι τα αξιώματα που καθορίζουν την κατάσταση και τη συμπεριφορά του. Με βάση τις αρχές της συμμετρίας μπορούμε να αντλήσουμε νέους νόμους της φύσης αφαιρετικά, όχι μόνο ως αποτέλεσμα των παρατηρήσεων των φυσικών αντικειμένων, αλλά και με την επίλυση των εξισώσεων. Οι νόμοι της φύσης εξετάζονται ως σχέσεις μεταξύ των σταθερών, όπως προαναφέραμε και κυρίως με τη μαθηματική γλώσσα της συμμετρίας, που είναι η Θεωρία Ομάδων...

Ο Caratheodory εφάρμοσε αρχικά τους μετασχηματισμούς καλίμπρας για να αντλήσει θεωρήματα που καθορίζουν τις ικανές συνθήκες για την ύπαρξη ακρότατων συναρτησιακών. Αργότερα αυτοί οι μετασχηματισμοί έλαβαν στη γεωμετρία την σύγχρονη ονομασία τους, δηλ. «Μετασχηματισμοί Caratheodory»...

Οι εκπομπές και οι αντανάκλασεις σε **Χώρο Στροφορμής Σωματιδίων(ΧΣΣ)**\*\*\* οδηγούν σε ετερογενείς συμπίεσεις και εντάσεις (ετερογενείς διατάσεις) σε συντονισμένο χώρο...

\*\*\*Είναι ο χώρος που καθορίζει τις ορμές των δομικών στοιχείων (σωματιδίων) των συστημάτων. Σε γενικές γραμμές, ο χώρος των γενικευμένων ωθήσεων – μεταβαλλόμενων και συζευγμένων κανονικά σε γενικευμένες συντεταγμένες. Για ένα σύστημα N σωματιδίων χωρίς εσωτερικό βαθμό ελευθερίας διάστασης, είναι ένας υποχώρος ο οποίος σχηματίζει μαζί με το χώρο γενικευμένων συντεταγμένων, τον φασικό χώρο του συστήματος. Στην κβαντική μηχανική, σύμφωνα με μια αόριστη συσχέτιση, τα σωματίδια δεν μπορούν να χαρακτηρισθούν ταυτόχρονα με επαρκώς ορισμένη συντεταγμένη και ορμή.

Στην προβολική γεωμετρία οι μετασχηματισμοί αυτοί ονομάζονται ομόλογοι μετασχηματισμοί ή μικρής ομολογίας. Υπενθυμίζουμε, ότι ομολογία στην προβολική γεωμετρία ονομάζεται ο αυτομορφισμός του προβολικού χώρου (το προβολικό επίπεδο), στον οποίο ένα υπερεπίπεδο (μια ευθεία γραμμή) και ακριβώς ένα σημείο (το κέντρο της ομολογίας) προβάλλουν (απεικονίζουν) τον εαυτό τους. Αυτοί οι μετασχηματισμοί αποτελούν μια ομάδα. Θα καλούμε στο εξής αυτή την ομάδα, ομάδα

εκπομπής. Σε αυτή την περίπτωση, σύμφωνα με τη γενική γεωμετρική θεωρία των μετασχηματισμών Caratheodory, ο ΧΣΣ και η αντίστοιχη συντεταγμένη του χώρου Minkowsky καθίστανται κεντρικοί προβολικοί χώροι. Με αυτό τον τρόπο, είναι εξαιρετικά μαθηματικά αυστηρή η ανάλυση της δράσης των μετασχηματισμών Caratheodory, δηλαδή η ομάδα εκπομπής σε ΧΣΣ και οδηγεί στην κβάντωση του χώρο – χρόνου. Εμείς, έχουμε βρει εδώ, συνεχίζει ο καθηγητής κ. Ζηοτίκον, μια πλήρη αναλογία μεταξύ αυτών των ερευνώμενων διαδικασιών και ειδικότερα στις διαδικασίες «μεταβίβασης ώσεων» που λαμβάνουν χώρα στη θεωρία των στερεών, όπου η διατήρηση της εκπομπής για σωματίδια που κινούνται σε ένα κρυσταλλικό πλέγμα παρουσιάζεται μόνο στην τιμή  $2\pi/\alpha$ , όπου  $\alpha$ =σταθερά πλέγματος...

Με ποια ακρίβεια και πληρότητα οι νόμοι αποδεικνύουν την αποθήκευση ενέργειας και στροφορμής σχετικά με τον κόσμο των στοιχειωδών σωματιδίων, δηλαδή σε μικρές αποστάσεις και σε περιοχές υψηλών ενεργειών; Αποδεικνύεται, ότι η απάντηση στο ερώτημα αυτό δεν είναι εύκολη, όπως ακριβώς και η σημασία των θεμελιωδών νόμων θεωρείται αυτονόητη. Για το λόγο αυτό, ειδικές εμπειρικές δοκιμές για την επαλήθευση αυτών των νόμων δεν έχουν πραγματοποιηθεί. Επίσης, θα πρέπει σαφώς να συνειδητοποιήσουμε, ότι μια πιθανή παραβίαση των νόμων αυτών θα μπορούσε να είναι το αποτέλεσμα της ομοιογένειας και της ισοτροπίας του χώρο – χρόνου στο μικρόκοσμο. Ως εκ τούτου, δεν υπάρχει σχεδόν κανένας λόγος να γίνει η ιδέα της ομοιογένειας και της ισοτροπίας του χώρο – χρόνου αντικείμενο πίστης των φυσικών...

### **Ορισμένες ιδιότητες των Μετασχηματισμών Caratheodory**

Είναι προφανές, ότι οι νόμοι της φύσης (εξισώσεις κίνησης και εξισώσεις κατάστασης) θα πρέπει να έχουν την ίδια μορφή κατά τη μετάβασή τους σε νέα κίνηση και ενέργεια. Με άλλα λόγια, οι «αληθείς» νόμοι της φύσης πρέπει να παραμένουν αμετάβλητοι κατά τη μετάβασή τους από μια κατάσταση κίνησης σε μια άλλη η οποία είναι διαφορετική από την προηγούμενη τιμή ενέργειας και εκπομπής. Αυτή η αρχή, μπορεί να ονομαστεί **αρχή της σχετικότητας σε ΧΣΣ**. Είναι σαφές ότι αυτή η νέα αρχή πρέπει να εξεταστεί σε στενή σχέση με την ειδική θεωρία της σχετικότητας. Αυτό υποδηλώνει ότι η ύπαρξη στη φύση της αρχής της πλήρους σχετικότητας, ατομικά, και σε σχέση με κάθε άλλη εκδήλωση της οποίας αποτέλεσμα είναι η αρχή της σχετικότητας στο χώρο συμβάντων της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας και η αρχή της σχετικότητας σε ΧΣΣ.

Όπως και σε όλα τα είδη μετασχηματισμών στη φυσική, πρέπει να γίνεται διάκριση μεταξύ των ενεργητικών και παθητικών μετασχηματισμών Lorentz – Caratheodory. Εδώ, ενέχουν θέση οι ιδιαιτερότητές τους. Εξετάζοντας τις νέες συμμετρίες χώρο – χρόνου είναι φανερό ότι έχουν πολλές πειραματικές εφαρμογές και εκδηλώσεις στη μικρο – και στη μακρο – φυσική. Στη Μοριακή Φυσική και στη Θερμοδυναμική είναι πολύ γνωστή η αρχή Le Chatelier – Braun. Στην κλασική ηλεκτροδυναμική τέτοιο παράδειγμα είναι ο κανόνας Lenz για την επαγωγή...

Μια από τις βασικές ειδικές περιπτώσεις των μετασχηματισμών Caratheodory είναι οι γνωστοί Μετρικοί Μετασχηματισμοί ή Μετασχηματισμοί Καλίμπρας Caratheodory στην ηλεκτροδυναμική.

Όλοι οι θεμελιώδεις νόμοι της φύσης πρέπει να διαμορφώνονται σε μια συντεταγμένη ανεξάρτητη γλώσσα. Η πρόταση αυτή ονομάζεται αρχή του αμετάβλητου συντεταγμένων. Αυτή η αρχή είναι μια από τις πιο θεμελιώδεις αρχές της σύγχρονης επιστήμης. Με άλλα λόγια, η αρχή αυτή είναι πιο βασική από τη συμμετρία Lorentz. Για παράδειγμα, μπορεί να υπάρχουν νόμοι, όπως για παράδειγμα ο δεύτερος νόμος

του Newton, ο οποίος διατηρεί το αμετάβλητο των συντεταγμένων κι όμως παραβιάζει τη συμμετρία Lorentz. Η δεύτερη θεμελιώδης αρχή της σύγχρονης φυσικής είναι ο ορισμός και η παραδοχή ότι η φύση είναι οργανωμένη και δομημένη με τον καλύτερο τρόπο. Με άλλα λόγια, οι θεμελιώδεις εξισώσεις της φυσικής προέρχονται από την αρχή μεταβολικού τύπου – ο ισχυρισμός ότι η δράση κάποιας ποσότητας ή κάποιου μεγέθους, ονομαζόμενο σύστημα Lagrange, για πραγματική κίνηση έχει ένα ακρότατο (μέγιστο ή ελάχιστο)...

Οι μετασχηματισμοί Caratheodory εμφανίστηκαν για πρώτη φορά στο λογισμό μεταβολών ως ο τρόπος για να μελετηθούν επαρκείς συνθήκες της λειτουργικής δραστηριότητας και έχουν γίνει πλέον ένα σημαντικό εργαλείο για τη μελέτη των φυσικών συστημάτων για τη σταθερότητά τους και οδηγούν σε νέα μη τετριμμένα αποτελέσματα. Οι μετασχηματισμοί Caratheodory παράγουν νέες μετρήσεις που ταιριάζουν και αντιστοιχούν στην εισαγωγή των φυσικών πεδίων. Οι γεωδαισικές εξισώσεις σε μετασχηματισμούς χώρου είναι ισοδύναμες με τις εξισώσεις κίνησης σε αρχικό χώρο...

Το πεδίο Caratheodory παρουσιάζεται ως καθολικό πεδίο. Στο πεδίο αυτό μόρια και δυνάμεις αλληλεπιδρούν με αυτό το πεδίο, αλλά και μεταξύ τους. Επίσης, το πεδίο αυτό καθορίζει τη δύναμη αντίδρασης στο κενό, τη στιγμή κατά την οποία ενεργεί κάποιο σώμα (φυσικό σύστημα) σε αυτό και το οποίο αντιδρά σε κάθε αλλαγή της κινητικής κατάστασης του σώματος. Με κάθε αλλαγή της κατάστασης του σώματος (αντικείμενο) εμφανίζονται δυνάμεις αδράνειας που ενεργούν στο σώμα με τις κατευθύνσεις του φυσικού κενού. Αυτές οι δυνάμεις αντιτίθενται σε κάθε αλλαγή της κατάστασης κίνησης. Έτσι, το πεδίο Caratheodory μπορεί να ταυτισθεί με τις αδρανειακές δυνάμεις διαφορετικής φύσης (μηχανικές, ηλεκτρομαγνητικές κλπ.)...

### **Και μετά από πρακτικές εφαρμογές με τους μετασχηματισμούς Caratheodory σχετικά με την ειδική θεωρία της σχετικότητας καταλήγει στα εξής συμπεράσματα:**

1. Οι εξισώσεις κίνησης πρέπει να διατηρούν τον τύπο τους κατά τη μετάβαση από το ένα αδρανειακό σύστημα στο άλλο και με αντίστοιχη αλλαγή της ενέργειας και της κίνησης. Αυτή είναι η αρχή της σχετικότητας του Einstein – Poincare + αρχή της σχετικότητας σε ΧΣΣ.
2. Η ομάδα μετασχηματισμών Caratheodory καθορίζει το χαρακτήρα των μεταβατικών διαδικασιών στο σύστημα κατά τη διάρκεια της μετάβασής του από μια κατάσταση κίνησης σε μια άλλη που είναι διαφορετική από τις προηγούμενες τιμές ενέργειας και εκπομπής.
3. Οι μετασχηματισμοί Lorentz – Caratheodory έχουν κοινό χαρακτήρα και πρέπει να επεκταθεί η χρήση τους σε όλους τους κλάδους της σύγχρονης φυσικής. Έτσι, επιτρέπουν να δοθούν εξηγήσεις για πολλά ανεξήγητα φυσικά φαινόμενα και «παράδοξα», όπως είναι για παράδειγμα το παράδοξο V. Chelomeya στη μηχανική.
4. Όλες οι γνωστές σχετικιστικές εντυπώσεις (effects), όπως η επιβράδυνση στην κίνηση του ωρολογίου, οι παλμοί της κίνησης ενός σώματος και άλλα, πρέπει να εξετάζονται και να θεωρούνται ως αποτέλεσμα των μετασχηματισμών Lorentz – Caratheodory κι όχι με τη στενή έννοια, ως αποτέλεσμα των μετασχηματισμών Lorentz. Αυτό δίνει μια νέα ώθηση και νέα κίνητρα στα

πειράματα για τον καθορισμό των ορίων ισχύος της κλασικής θεωρίας της σχετικότητας.

5. Όλες οι θεμελιώδεις εξισώσεις της φυσικής, πέρα από τις σταθερές της ομάδας Lorentz (ομοιογενής ομάδα Poincare) εξετάζονται σε σχέση με την ομάδα μετασχηματισμών Caratheodory. Με άλλα λόγια, όλες οι θεμελιώδεις εξισώσεις της φυσικής, όπως οι εξισώσεις Maxwell, Einstein κλπ. θα πρέπει να ελέγχονται για το αμετάβλητό τους κάτω από την ομάδα μετασχηματισμών Caratheodory. Αν κάποιες από αυτές τις εξισώσεις δεν είναι σταθερές σε σχέση με τους μετασχηματισμούς Caratheodory τότε εφαρμόζεται η γενική διαδικασία για να τους φέρει σε μια σταθερή μορφή.
6. Πολλές από τις προβλέψεις του M. Born μπορούν πλέον εύκολα να ελεγχθούν και να εγκατασταθούν ως πειραματικά δεδομένα.

Το Δεκέμβριο του 1949 ο Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή δίνει την τελευταία του διάλεξη στο Μόναχο. Πεθαίνει 2 μήνες αργότερα. Η σορός του ενταφιάστηκε στο Δασικό Νεκροταφείο του Μονάχου.

Ο φυσικομαθηματικός Albert Einstein, στην τελευταία συνέντευξη τύπου, το 1955 είπε γι' αυτόν :

«...Κύριοι, ζητήσατε να σας απαντήσω σε 1000 πράγματα. Κανείς όμως δε θέλησε να ρωτήσει, ποιος ο δάσκαλός μου, ποιος μου έδειξε και μου άνοιξε το δρόμο προς την ανώτερη μαθηματική

επιστήμη και έρευνα. Και για να μη σας κουράσω, σας λέω απλά, χωρίς λεπτομέρειες, ότι μεγάλος μου δάσκαλος, υπήρξε ο αξεπέραστος Έλληνας Κωνσταντίνος

Καραθεοδωρή, στον

οποίο, εγώ προσωπικά, αλλά και η μαθηματική επιστήμη, η φυσική, η σοφία του αιώνα μας, χρωστάμε τα πάντα».

### **Τα βιβλία του Κωνσταντίνου Καραθεοδωρή που υπάρχουν σήμερα**

1. Άπαντα μαθηματικά έργα, σε 5 τόμους των 500 σελίδων καθέναν που εκδόθηκαν το 1954 στο Μόναχο με την επιμέλεια της Βαυαρικής Ακαδημίας Επιστημών.
2. Λογισμός των Μεταβολών, 400 σελίδων που εκδόθηκε το 1939.
3. Σύμμορφες Απεικονίσεις, 114 σελίδων που εκδόθηκε το 1932.
4. Θεωρία Πραγματικών Συναρτήσεων, 720 σελίδων που εκδόθηκε το 1918.
5. Θεωρία Μιγαδικών Συναρτήσεων μιας Μεταβλητής, σε 2 τόμους των 300 και 200 σελίδων αντίστοιχα που εκδόθηκε το 1950.
6. Γεωμετρική Οπτική, 350 σελίδων που εκδόθηκε το 1932 στη Στουτγκάρδη.
7. Αλγεβρική Θεωρία του Μέτρου Ολοκλήρωσης, 367σελίδων, έκδοση 1939.

Τα παραπάνω βιβλία εκδόθηκαν το 1983 και στις ΗΠΑ - New York. Επίσης οι εργασίες που έγραψε στα ελληνικά, μεταφράστηκαν στα αγγλικά και τα γερμανικά.

### **Επίλογος**

Πολλοί φοιτητές σήμερα σε όλο τον κόσμο, από τη Ρωσία μέχρι την Αργεντινή και από την Αυστραλία μέχρι τον Καναδά γράφουν τη διατριβή τους πάνω στο έργο του μεγάλου Έλληνα μαθηματικού. Το 1973 η Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία διοργάνωσε διεθνές συμπόσιο για τα 100 χρόνια από τη γέννηση του Κωνσταντίνου

Καραθεοδωρή. Τα Ελληνικά Ταχυδρομεία κυκλοφόρησαν γραμματόσημο στο οποίο ο Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή απεικονίζεται δίπλα στο μεγάλο αρχαίο Έλληνα φυσικομαθηματικό και αστρονόμο Θαλή το Μιλήσιο ( 643 - 548 π.Χ ). Το 2000 το Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης διοργάνωσε Παγκόσμιο Συνέδριο Μαθηματικών για τα 50 χρόνια από το θάνατό του. Ο ανδριάντας του βρίσκεται σήμερα στην κεντρική πλατεία της Κομοτηνής.

Ανδρών σοφών κι επιφανών  
Ελλήνων μαθηματικών,  
αρχές, αξιώματα κρατούν  
ες βίον ανθρώποις ωφελούν.

Της φυσικής οι νόρμες  
τον κόσμο συντηρούν,  
δόξα στις επιστήμες  
που τις υπηρετούν.

Ο κληρονόμος του Θαλή,  
μέγας Καραθεοδωρή,  
την έρευνα προχώρησε,  
την πρόοδο εδραίωσε.

Άριστα στη διατριβή,  
μα ήταν μόνο η αφορμή.  
Στο Γκαίτιγκεν υφηγητής  
και γρήγορα καθηγητής.

Από τον Φέλιξ Κλάιν  
μέχρι τον Αϊνστάιν,  
όλοι υποκλίνονται σ' αυτόν  
στο λογισμό μεταβολών.

Στη Σύρνη οργανώνει  
ανώτατες σχολές,  
τις έδρες πλαισιώνει  
με θετικές αρχές.



Σύμμορφες απεικονίσεις  
ορισμούς και συναρτήσεις,  
τύπους και μεταβλητές  
κύκλους και κλειστές γραμμές.

Στη θερμοδυναμική  
η περίφημη αρχή,  
πρόταση ουσιαστική  
αξιωματικά ορθή.

Μα και στη γεωμετρία  
μια μεγάλη εικασία,  
ανοιχτό ζήτημα θέτει  
που κρατά ογδόντα έτη.

Ο ορισμός της εντροπίας  
ομορφιά της δυσκολίας,  
βάση στην τοπολογία  
μελετά νέα στοιχεία.

Σπουδαίοι μετασχηματισμοί  
Λόρεντζ – Καραθεοδωρή,  
στη σύγχρονη τη φυσική  
μοναδική εφαρμογή.

Στο χώρο ποικιλομορφία.  
Στο χρόνο ανισομετρία.  
Στον κόσμο πάντα κάτι ρέει.  
Σε όλα υπάρχουν κορυφαίοι!  
07.02.2013

Οι αρχαίοι Έλληνες έγραψαν την εξής επιγραφή στο Ιερό του Ναού του Απόλλωνα στους Δελφούς 2500 χρόνια πριν :

«Εν δε τω προνάω τω εν Δελφοίς, γεγραμμένα εστίν ωφελήματα ανθρώποις ες βίον.  
Γράφη δε υπό ανδρών ούς γενέσθαι σοφούς λέγουσιν Έλληνες».

## ΣΥΣΤΑΤΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- C. Caratheodory Zur Axiomatik der speziellen Relativitäts theorie, Sitzungsberichte der Pheusyschen Akademie der Wissenschaften, Phys. – Math. Klasse, 1924, S. 12-27
- Βαρώνου Δ . " Επιστολές τριών ακαδημαϊκών " Ιωακείμογλου , Καλιτσουνάκη - Καραθεοδωρή , Σμύρνη 1920. Αθήνα 2001
- Γκέκα Β . " Θερμοδυναμική και περιβάλλον – Προσέγγιση Καραθεοδωρή ". Θεσσαλονίκη 2003
- Σπανδάγου Ε . " Η ζωή και το έργο του Κωνσταντίνου Καραθεοδωρή ". Έκδοση Αίθρα . Αθήνα 2000
- Καραθεοδωρή Δ . - Βασβατέκη Δ . " Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή " Έκδοση Κάκτος . Αθήνα 2001
- Συλλογικό έργο " Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή " - περιοδικό ' Ε ' Εφημερίδα Ελευθεροτυπία , Αθήνα 13.11.2003
- Γεωργιάδου Μ . " Constantin Caratheodory " Mathematics and Politics in Turbulent Times , Springer Verlag 2004
- Νίκογλου Δ . " Ο Έλληνας που γοήτευσε τον Αϊνστάιν " - Άρθρο στην εφημερίδα Καθημερινή , Αθήνα 12.09.2006
- Λαϊνά Θ . " Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή " - Άρθρο στην εφημερίδα Το Βήμα , Αθήνα 28 . 07 .2002
- Γεωργιάδου Μ . " Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή " Ένας μαθηματικός υπό την σκέπη της εξουσίας . Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο 2007
- Леонтовиц М.А " Введение термодинамику статистическая физика " Санкт Петербург 2008 г.
- Каратеодори К . " Конформное Отображение " 1934 г.
- Averna D . " Lusin type theorems for multifunctions , Scorza Dragoni 's property and Caratheodory selections " 1994 .
- Егоров А . И " Обыкновенные Дифференциальные Уравнения с Приложениями " , москва 2005 г.
- Хазен А . М . " Разум природы и разум человека " НТЦ Университ. 2000 г.
- Ипполитов Е . Г . " Физическая химия " Издательский Центр " Академия " Учебник для студентов высших учебных заведений . г . Москва , 2005 г.
- Сторонкин А . " Об условиях термодинамического равновесия многокомпонентных систем " Ленинград 1948 г.
- Хаазе Р . " Термодинамика необратимых процессов " , 1967 г.
- Леинартас Е.К. - Яковлев Е.И " Дополнительные главы математики " - Элементы теории вероятностей . КрасГУ , 2006 г.
- Συλλογικό έργο " Математическая теория оптимальных процессов " Москва , 1961 г.
- Понтрягин Л.С. " Избранные научные труды " Т.2 , Москва " Наука " 1988 г.
- Σύνδεσμος Φίλων Κωνσταντίνου Καραθεοδωρή
- Caratheodory C. - Fejer L. " Rent . Circolo mat . Palermo – 1911
- Голузин Г. М . " Геометрическая теория функций комплексного переменного " 2 изд . Москва 1966 г.
- Каратеодори К . " На основе монографии по теории функций действительного переменного сложилась одна из современных школ в теории дифференциальных уравнений " , 1918 г.
- Ρωσική επιστημονική πύλη : [www.philosophy.nsc.ru](http://www.philosophy.nsc.ru)
- Колмогоров А . Н . - Фомин С . В . " Элементы теории функционального анализа " 4 изд . Москва 1976 г.
- Мюнстер А . " Химическая термодинамика " Москва , Мир 1971 г.
- Базаров И . П . " Термодинамика " изд. 4 , Высшая Школа – Москва 1991 г.
- Шабат Б . В . " Введение в комплексный анализ " Наука – Москва 1985 г.
- Терлецкий Я . П . " Статистическая физика " Высшая Школа - Москва 1994 г.
- Васильев А . М . " Введение в Статистическую физику " Москва 1980 г.
- Ландау Л . Д . - Лифшиц Е . М . " Статистическая физика " Москва 1976 г.
- Ноздрев В . Ф . " Термодинамика " просвещение , Москва 1967 г.

Жотиков В. Г. " Геометрия вариационного исчисления и ее приложение к теоретической физике " Томск 2002 г.

Zhotikov V.G. " Internation conference on theoretical physics " Abstracts . Supplement . Moscow , Lebedev Institute , 2005.

Saratheodory C . " Variationsrechnung und Partielle Differentialgleichungen " Ordnung - Leipzig ; Berlin : Verlag und Druck von B.G.Teubner 1935.

Каратеодори К . " К аксиоматике специальной теории относительности " - Развитие современной физики – Москва , Наука 1964 г . отв . Ред . Б . Г . Кузнецов

Шрагин И . В . " Об условиях Каратеодори " УМН 1979 г.

Лопушанская Е . В . " Индефинитные Функции Каратеодори " Интерполяционные свойства – Воронеж 2008 г.

Гухман А. А – Зайцев А. А " Обобщенный анализ " факториал - Москва 1998 г.

Нетер Э. // Инвариантные вариационные задачи – В кн.: Вариационные принципы механики. Пер. с нем. под ред. Л.С. Полака. М.: Физматгиз, 1959. С. 611; Noether E. // Invariante variations probleme.

«Nachrichten von der Kön. Ges. der Wissenschaften zu Göttingen», Math-Phys. K1., 1918. V. 2, P. 235.

Amelino-Camelia G. // Phys. Lett., 2001. V. B 510. P. 255.

Magueijo J. and Smolin L. // Phys. Rev. Lett., 2002. V. 88, № 19. P. 190403.

Schutzhold R., Unrun W.G. // Pis'ma v ZhETF, 2003.V. 78, iss. 7. P. 899.

Киржниц Д.А., Чечин В.А. // Письма в ЖЭТФ, 1971. Т. 14. С. 261.

Костелецки А.(Kostelesky A.) // В мире науки, 2004. № 12 (специальный выпуск). С. 71.

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // Теоретическая физика. Том I, Механика, издание 5-е, М.: Физматлит 2001, 224 с.

Saratheodory C. //Variationsrechnung und Partielle Differentialgleichungen, Ordnung – Leipzig und Berlin: Verlag und Druck von B. G. Teubner, 1935. P. 197.

Вагнер В.В. //Доклады АН СССР, 1945. Т. 46, № 7. С. 287.

Жотиков В.Г. //Труды Международного семинара «Применение и развитие идей Лобачевского в современной физике», Дубна 25 – 27 февраля 2004 г. – Дубна: ОИЯИ, 2004. С. 80;

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // Теоретическая физика. Том II, Теория поля, издание 7-е, М.: Физматлит 2001. 512 с.

Сиберт У.М. // Цепи, сигналы, системы: в 2-х частях. Ч. 1: Пер. с англ., М.: Мир, 1988, 336 с.

Винер Н. // Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. Пер. с англ., М.: Сов. радио, 1958; Новые главы кибернетики. Пер. с англ., М.: Сов. радио, 1963.

Жотиков В.Г. // Известия РАН. Серия физическая, 2006. Том 70, № 3, с. 376.

Розенфельд Б.А. // Труды семинара по векторному и тензорному анализу. Вып. 8, М., Л: Изд-во технико-теоретической литературы, 1950. С. 328.

Aharonov Y.,Bohm D // Phys. Rev. 1959. V. 11. P. 485;

Peskhin A., Tonomura A.// The Aharonov-Bohm Effect. Springer-Verlag. 1989. – 154 p. – (Lecture Notes in Physics. V. 340).

Жотиков В.Г. //Геометрия вариационного исчисления и её приложение к теоретической физике. Издательство научно-технической литературы, Томск: 2002, 414 с.

Борн М. //Размышления и воспоминания физика. Сборник статей. «Наука», М.: 1977. С. 122; Born M. // Nature, 1938. V. 141, p. 327.

Челомей В.Н. // Доклады АН СССР, 1983, Том 270, № 1. С.62.

[http://www.ktdrus.gr/index.files/Lyrics\\_3.html](http://www.ktdrus.gr/index.files/Lyrics_3.html)